

机组组合模型不可行分析方法综述与展望

刘彦宏¹, 虞泽宽¹, 颜心斐¹, 黄河², 钟海旺¹, 康重庆¹

(1. 新型电力系统全国重点实验室(清华大学电机系), 北京市 海淀区 100084;

2. 中国南方电网有限责任公司, 广东省 广州市 510623)

Review and Prospects of Infeasibility Analysis Methods on Unit Commitment Models

LIU Yanhong¹, YU Zekuan¹, YAN Xinfei¹, HUANG He², ZHONG Haiwang¹, KANG Chongqing¹

(1. State Key Laboratory of Power System Operation and Control (Dept. of Electrical Engineering, Tsinghua University),

Haidian District, Beijing 100084, China; 2. China Southern Power Grid Company Limited,

Guangzhou 510623, Guangdong Province, China)

ABSTRACT: Unit commitment (UC) constitutes the pivotal cornerstone of optimal dispatching in power systems and clearing in electricity markets. With the expansion of China's electricity market operations and the diversification of market participants, instances of non-convergence or unreasonable clearing results in complex market clearing models have become prevalent under the pressure of timely market clearing requirements. Furthermore, the current approach to restoring the feasibility of market-clearing models heavily relies on manual adjustments and modifications based on human experience, including altering models and boundary conditions. However, a generalized methodology for infeasibility analysis and repair remains elusive, which could potentially impact the fair operation of electricity markets and the secure and economic performance of power systems. This paper examines the infeasibility analysis methods for UC models across various solution frameworks, summarizing the general approach to infeasibility analysis in mixed-integer linear programming. Additionally, potential topics for further research are proposed in the UC model infeasibility analysis and repair, aiming to provide valuable insights for the construction of China's new power system and the efficient operation of electricity markets, hopefully.

KEY WORDS: unit commitment (UC); Lagrangian relaxation (LR); mixed integer linear programming (MILP); infeasibility analysis; irreducible infeasible subsystem (IIS)

摘要: 机组组合是电力系统优化调度和电力市场出清的关键环节。随着我国电力市场运营范围的扩大与市场参与者的多元化,在电力市场出清时效性要求下,复杂出清模型不收敛或出清结果不合理的情况时有发生。当前电力市场出清模型

的可行性修复主要依赖人工经验修改模型与调整边界条件,尚缺少通用的模型不可行分析与修复方法,这将影响电力市场的公平运营与电力系统的安全经济运行。文章梳理了不同求解框架下的机组组合模型不可行分析方法,在此基础上总结了混合整数线性规划通用的不可行分析方法,并展望了在机组组合模型不可行分析与修复方面有待进一步研究的内容,希望为我国新型电力系统建设及电力市场运营工作提供有益参考。

关键词: 机组组合; 拉格朗日松弛; 混合整数线性规划; 不可行分析; 最小不可行子系统

DOI: 10.13335/j.1000-3673.pst.2025.0513

0 引言

机组组合(unit commitment, UC)是电力系统优化调度和电力市场出清的关键环节^[1-2]。机组组合在数学上是组合优化问题,通常建模为混合整数线性规划问题(mixed integer linear programming, MILP)。它根据多种优化目标,安排各机组启停计划,时间跨度依不同应用场景而有所差异。在电力市场中,机组组合通常用于日前市场出清。各市场主体申报其机组运行的物理参数与报价数据,其中物理参数主要包括额定容量、最大/最小技术出力、最小连续开停机时间、爬坡速率等。市场运营机构根据市场主体申报的机组物理信息与报价建立机组组合模型,以社会福利最大化为目标对其进行求解,完成市场出清^[3]。

长久以来,在电力市场出清时可能出现机组组合求解无解的现象,即机组组合模型不可行问题。导致这一无解现象的原因多样。系统遥信遥测数据有误、市场参与者上报错误数据、不恰当的必开机组或检修安排、极端负荷、过于保守的备用或安全约束设置都可能导致不合理的市场边界条件,进而

基金项目: 国家重点研发计划项目(2022YFB2403500)。

Project Supported by National Key Research and Development Program of China (2022YFB2403500).

导致机组组合模型不可行,从求解精度、求解效率两个方面影响市场的正常出清运行。

从求解效率的角度来看,在电力市场出清流程中,留给单次机组组合计算的时间往往很有限。以我国广东电力现货市场为例,对于日前市场,各市场主体需要在竞价日($D-1$)当日的 13:00 前申报信息,市场运营机构则需要在当日的 17:30 前公布日前市场出清结果^[4]。在此期间,市场运营者需要计算安全约束机组组合(security constrained unit commitment, SCUC)、安全约束经济调度、节点边际电价并进行安全校核。因此,电力市场运行对机组组合计算效率有较高的要求。然而,随着现代电力系统的发展,其规模愈加庞大^[5],结构愈加复杂^[6-7]。这使得对应的机组组合问题求解耗时更长^[8]。复杂耦合约束等使得机组组合的求解愈加困难,导致机组组合的求解面临计算结果不收敛、不合理等问题^[9-10]。由于机组组合问题安全约束数量众多,实际市场中通常采用迭代添加安全约束的方法求解。若在求解过程中发现机组组合模型不可行,则需要对边界条件进行调整并重新求解机组组合模型。由此可见,若模型不可行,不可行分析的效率将极大地影响模型求解效率。

从求解精度的角度来看,当前对于出清程序不收敛、结果不合理的问题,电力市场运营机构往往只能基于历史运行数据进行人工修正。在美国 PJM (Pennsylvania - New Jersey - Maryland) 电力现货市场,若出现最大应急电量不足(maximum emergency generation)或最小容量超过负荷(minimum capacity emergency)的情况,则 PJM 运营商将依次采用调整在线机组发电量、调整离线机组并网发电、切负荷等操作,保障系统安全运行^[11]。在广东^[4]、山西^[12]等电力现货市场,若出现出清结果不可行的情况,电力调度机构可以采取调整运行边界、调整机组约束、组织有序用电以及电力调度机构认为有效的其他手段,并重新计算得到满足安全约束的市场出清结果。可见,现行解决措施过于依赖人工经验进行判断与调整,难以真正确定具体导致不可行的原因,存在分析不够全面、细致、精准,适应性及通用性不足等问题。考虑到电力市场的出清结果涉及各市场主体的利益,相关调整可能导致市场出清结果相较于最优的调整方案发生偏离,产生市场公平性的问题^[13]。因此,亟需深入开展机组组合模型不可行分析的研究。

现阶段国内外学者对机组组合模型不可行分析已开展初步研究,但主要集中在拉格朗日松弛法

(Lagrangian relaxation, LR)求解框架下机组组合模型可行性的判断,而对当前更为主流的混合整数规划(mixed integer programming, MIP)求解框架下的模型可行性判断、关键不可行约束识别和不可行模型修复的研究则鲜见报道。

为此,本文围绕机组组合模型不可行分析这一问题,首先总结回顾了不同求解框架下机组组合的不可行判断方法,在此基础上系统梳理了混合整数线性规划求解框架下关键不可行约束集的识别方法,最后展望了机组组合模型不可行分析领域有待进一步研究的内容。文章的整体框架如图 1 所示。

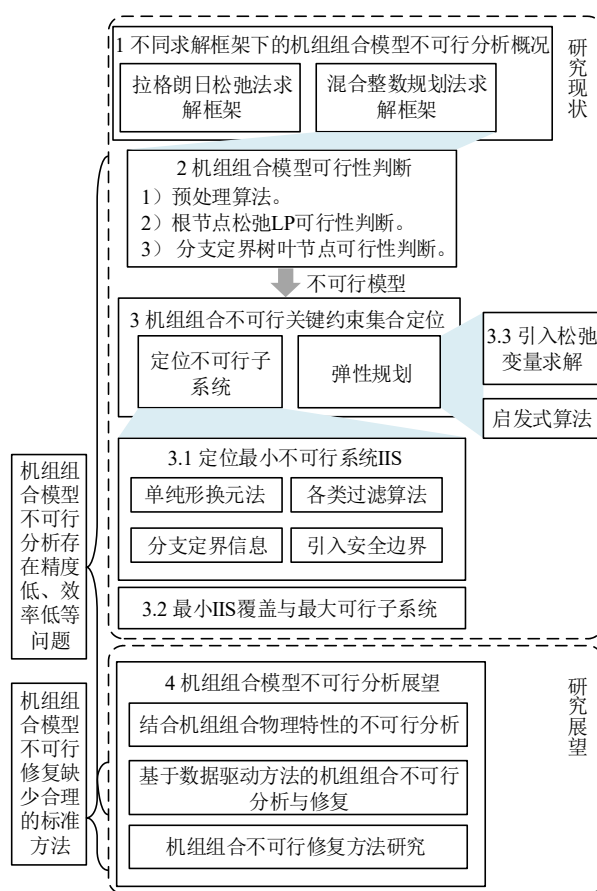


图1 本文综述框架

Fig. 1 Review framework of this paper

本文是首篇对新型电力系统与电力市场建设过程中面临的机组组合模型不可行问题进行系统性探讨的综述文献,突出了这一问题在电气工程领域的难点与解决路径。现有的综述多为对通用不可行分析方法的理论分析或在一般数学问题上应用的对比分析^[14-15],缺少从实际工程角度和学科特化角度的综述分析。对于领域问题的不可行分析,开展特化算法的研究是相当重要的。

本文后续所指的不可行或可行,若无特殊说明,均指优化模型不可行或可行,而非优化问题解

不可行或可行。后者涉及到对机组启停计划的可行性判断,通常在同步可行性测试^[16]、数据驱动或启发式方法求解机组组合^[17-18]等场景下被考虑。此外,本文内容对机组组合中是否考虑安全约束没有做出限定,因此适用于一般的机组组合或安全约束机组组合。若无特殊说明,后文所提的机组组合不再对二者做出区分。

1 机组组合求解框架及对应不可行分析方法

现有的机组组合求解方法主要包括优先顺序法^[19]、动态规划法^[20]、拉格朗日松弛法^[21-22]、混合整数规划法^[23]、Benders 分解法^[24]、智能优化算法和数据驱动方法^[17,25]等。其中,拉格朗日松弛法与混合整数规划法是当前应用较为广泛的方法。对于不同的求解框架,机组组合模型不可行分析的方法原理与出发点均存在较大差异,如表 1 所示。

表 1 不同求解框架下的机组组合模型不可行分析 Table 1 Infeasibility analysis on UC model under various solution frameworks		
机组组合求解方法	不可行分析目标	不可行分析方法
拉格朗日松弛法	主要是判断某一对偶子问题最优解下主问题的可行性,并对最优解进行修复,提高求解效率	Benders 可行性定理等
混合整数规划法	修复不可行模型	定位最小不可行子系统,添加松弛变量等

1.1 拉格朗日松弛法

拉格朗日松弛法的基本原理是引入拉格朗日乘子,将功率平衡约束、备用约束、网络安全约束等系统耦合约束松弛到目标函数,得到原问题的对偶问题,进而将对偶问题分解为主问题和一系列单机子问题。对于规模较小的单机子问题,通常采用动态规划或混合整数规划法求解。通过求解子问题,可以得到机组启停方案,基于此结果更新主问题中的拉格朗日乘子,随后子问题再根据更新后的拉格朗日乘子优化单机启停状态,随后再求解主问题,如此反复迭代,直到上下界的间隙收敛至收敛阈值^[21,26-27]。

然而,LR 法求解子问题得到的机组启停计划下的主问题通常是不可行的^[21],如果有一种方法能够快速判断某一机组启停计划下主问题是否可行,并在其不可行时对机组启停计划进行调整,就能快速得到可行解,提升 LR 法的求解效率。这是 LR 法求解框架下不可行分析的主要目标。

文献[28-29]基于 Benders 可行性定理,提出了不考虑单机组约束的机组组合系统约束集合(即主

问题)存在可行解的充要条件。文献[30]针对机组组合问题的特点,基于优先队列法的思想,提出了一系列必要条件用于分析整数解的可行性,数值测试表明 95%以上的不可行启停计划可以基于这些必要条件识别。基于这些条件,可以快速判断对偶问题求解得到的启停计划是否可行。在判断当前机组启停计划不可行的基础上,只需再次调用连续子问题求解方法或其他启发式方法构建新的解即可^[31-32]。

此外,基于拉格朗日对偶问题在原始模型不可行时求解会发散的特性,文献[33]提出了一种通过在无线路约束前瞻调度模型中逐条加入线路约束进行分析以定位需要调整的关键不可行线路约束的方法。但该方法每次只能识别单条关键不可行线路约束,且只适用于经济调度模型。

1.2 混合整数规划法

混合整数规划法是以分支定界法、割平面法等为核心的算法。分支定界法本质上是一种有规律的穷举法,通过将 0-1 变量松弛为连续变量,求解松弛后的线性规划(linear programming, LP)问题,分类讨论,不断更新上下界,直至上下界之间的间隙达到收敛阈值。割平面法通过添加割平面约束,裁剪不包括整数可行域的区域,缩减寻优搜索空间,提高求解效率。除此之外,模型预处理也是实现高效求解的重要手段。预处理是指一系列去除冗余信息和加强给定模型系数与边界的算法,能够简化、收紧模型,对求解过程有显著的加速作用。以 GUROBI^[34]、CPLEX^[35]、COPT^[36]和 MINDOPT^[37]等为代表的商业求解器通过集成预处理、添加割平面、求解根节点松弛 LP、分支定界等流程已能高效处理大规模机组组合问题,逐渐成为求解机组组合问题的主流工具。

在混合整数规划法求解框架下,机组组合模型不可行分析主要围绕模型可行性判断、关键不可行约束集合定位与模型修复展开。首先,需要判断机组组合模型的可行性。对于可行模型,使用求解器正常求解即可。对于不可行模型,需要定位关键不可行约束集合,并在此基础上进行不可行模型修复。

其中,定位关键不可行约束集合是不可行分析的核心。关键不可行约束集合指需要被调整以使模型重新恢复可行性的约束集合。机组组合模型中可能同时存在多个关键不可行约束集合。目前,关键不可行约束集合的定位主要有两种思路,即定位不可行子系统^[38]与弹性规划,如图 2 所示。

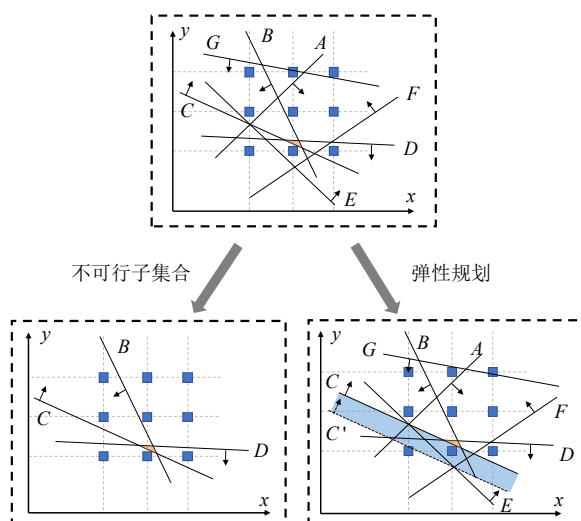


图2 关键不可行约束集合定位的两种思路

Fig. 2 Two approaches for locating the key infeasible constraint set

第一种思路聚焦于不可行子系统的定位。原始的机组组合模型通常包含大量约束,对其直接开展不可行分析与修复存在困难。实际上,导致模型不可行的原因是模型中存在不一致的子系统,即由一部分约束组成的不可行的子系统。这些子系统的规模通常远小于原始模型的规模,因此易于开展可行性分析与修复。模型使用者也更容易理解不可行子系统的物理意义,能给出更合理的可行性修复方案。

第二种思路假定模型的约束不是刚性的,而是弹性的、可变的,通过在约束中引入松弛变量,从而将模型转化为弹性规划(elastic programming, EP)。通过求解引入松弛变量的模型,就能够定位关键不可行约束集合,若松弛变量的取值在可接受范围内,则同时也实现了对模型的可行性修复。

随着商业求解器性能的提升,混合整数规划法已成为国内外求解机组组合的主流方法^[26-27]。混合整数规划法求解框架下鲜有特别针对机组组合问题的不可行分析方法,主要为基于传统运筹学理论的通用方法,这些方法同样可用于机组组合的不可行分析。因此,后文将主要讨论针对混合整数规划法的通用不可行分析方法。

2 机组组合模型可行性判断

机组组合模型的可行性主要通过域传播(domain propagation)等预处理算法和计算松弛LP可行性等方式判断。若预处理得到了矛盾的约束或空的变量定义域,或是根节点松弛LP不可行,或是分支定界时发现所有的叶节点松弛LP不可行,

则可以判断原机组组合问题是不可行的^[39-41]。这也是求解器处理一般MILP问题的思路。

机组组合的可行性判断是一个NP (non-deterministic polynomial)完全问题^[39]。对于不可行的机组组合,在最坏的情况下需要检查其分支树的所有节点才能确定其不可行,分支树的节点数可能非常大,面临维数灾的问题^[42]。

现代商业求解器实际上已经内置了MILP可行性判断的功能。尽管大多数求解器主要考虑可行问题的优化与求解,而通常不针对不可行问题设计专门的算法^[43],但在实际工程应用中,通过预处理和判断根节点松弛LP的可行性,能在较短时间内判断大部分机组组合问题的可行性^[41]。在模型预处理阶段,求解器基于上述算法,能高效判断模型可行与否^[39]。对于少部分需要进行大规模分支定界判断可行性的不可行问题,其计算可能非常耗时。机组组合模型可行性判断如图3所示。未来有待进一步开展机组组合模型可行性判断加速的相关研究。

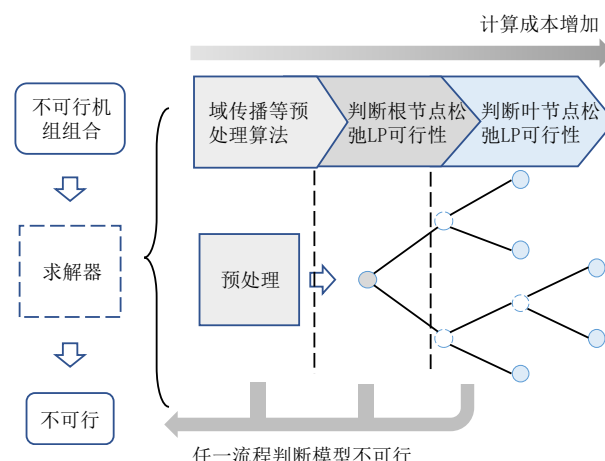


图3 机组组合模型可行性判断

Fig. 3 Determination of the feasibility of UC model

在判断机组组合模型不可行后,需要定位关键不可行约束集合,以进一步修复其不可行性。

3 机组组合关键不可行约束集合定位

由前述用于关键不可行约束集合定位的两种思路出发,可以延伸出两种主要方法:识别不可约不可行子系统(irreducible infeasible subsystem, IIS, 又称最小不可行子系统)或引入松弛变量,如表2所示。其中,前者有较为完善的数学理论基础,后者原理简单,常用于工程实践。在IIS的基础上,还可以延伸出IIS最小覆盖和最大可行子系统(maximum feasible subsystem, MAX FS)两种不可行关键约束分析与定位方法,但这两种方法多用于LP问题。

表2 不可行约束集合定位的主要方法
Table 2 Main methods for locating infeasible constraint sets

不可行约束集合定位方法	优点	缺点
定位 IIS	不需要求解机组组合	计算成本高
引入松弛变量	操作简单, 便于理解	需要多次求解机组组合, 计算成本高

3.1 最小不可行子系统

最小不可行子系统 IIS 是指这样的一个子系统, 将该 IIS 中的约束与变量边界从原始模型中单独取出组成一个子系统, 其依然是不可行的, 但是当移除这个子系统中的任意一条约束或变量的边界, 子系统将变得可行^[14,44-45]。即 IIS 本身是不可行的, 但它的任一真子集都是可行的。IIS 有时也代指不可约的不一致/不可行子集/子系统/系统/集合 (irreducible inconsistent/infeasible subset/subsystem/system/set)。最小不可行子系统最初是为修复不可行 LP 而提出的。这一概念后续被推广至 MILP 上。二维 IIS 示意图如图 4 所示。

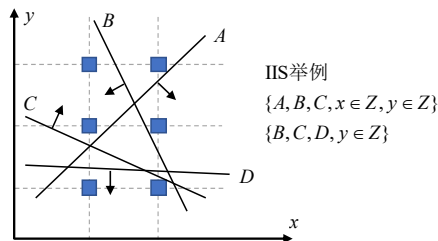


图4 二维 IIS 示意图

Fig. 4 Illustration of a two-dimensional IIS

IIS 是导致模型不可行的根源, 对于修复模型是至关重要的。对 IIS 的定位已经有较多的理论研究。现代商业求解器中也已经内置了这一功能^[34-35,46]。

与 IIS 有所区别, 极小不可行子系统(minimal inconsistent subsystem, MIS)是指一个规模相较于原始不可行模型有所削减的不可行子约束集合, 需要移除或松弛一条或多条约束才能恢复这一子系统的可行性。MIS 的定义比 IIS 更宽泛, 二者的关系如图 5 所示。可以看到一个不可行模型约束集合中通常有多个 IIS 和 MIS。一个 IIS 一定也是 MIS, 但一个 MIS 不一定是 IIS。对 MIS 的定位通常可以加速 IIS 的定位。

LP 问题的 IIS 定位方法包括单纯形换元法和过滤算法等。大部分过滤算法经过推广后可以用于机组组合等 MILP 问题的 IIS 的定位。

对于不可行机组组合, 若其根节点松弛 LP 不可行, 则可以使用针对 LP 问题的 IIS 定位算法在根节点松弛 LP 中寻找 IIS, 否则, 需要使用针对 MILP

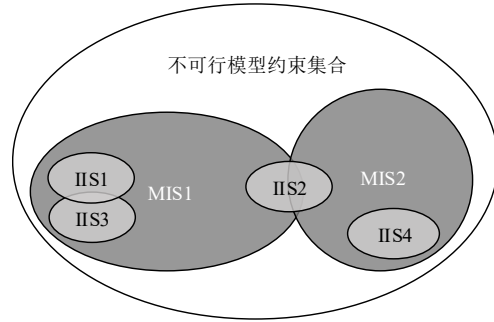


图5 MIS 与 IIS 关联示意图

Fig. 5 Illustration of relationship between MISs and IISs

问题的 IIS 定位算法。下文将介绍不同的 IIS 定位算法。

3.1.1 单纯形换元法

单纯形换元法是一种基于 Farkas 引理的仅适用于 LP 问题的高效不可行分析算法^[47]。其计算复杂度等同于求解一个与原始 LP 问题对偶问题规模接近的 LP 问题。当机组组合根节点松弛 LP 不可行时, 可以调用单纯形换元法进行不可行分析, 这一方法的效率通常显著高于直接对不可行机组组合应用过滤算法。

文献[45]还指出可以通过寻找对偶锥的极射线定位 IIS, 这一方法可以通过一次 LP 求解找到多个 IIS。

3.1.2 基础过滤算法

相较于只能应用于 LP 问题的单纯形换元法, 过滤算法形式多样, 适用性强, 是一类更加实用的 IIS 定位方法。其在文献[48]中首次被提出, 主要包括删除过滤算法、添加过滤算法、弹性过滤算法和混合过滤算法等。过滤算法的核心思想是通过动态添加或删除约束来减小不可行模型的规模, 即对约束逐条进行过滤, 其本质是穷举法。删除过滤算法通过动态删除约束过滤不引发不可行的约束, 添加过滤算法则通过动态添加约束过滤不引发不可行的约束(算法相关证明见附录 A, 算法流程图见附录 B)。

删除过滤算法从原始模型约束集合 C 开始逐条删除约束。若删除某条约束后约束集合 C 依然不可行, 则说明该约束(在当前定位的 IIS 中)不引发不可行; 若删除约束后约束集合 C 变得可行, 则表明该约束引发不可行, 重新将该约束加入到 C 中, 标记其为 IIS 的一部分。当对所有约束都完成一次上述的删除操作后, 最后保留的约束即为定位到的 IIS。

添加过滤算法则从无约束优化模型 M 开始按顺序逐条添加约束。当加入某条约束后模型 M 变得

不可行，则标记此约束为 IIS 的一部分，去除模型 M 中已经确定为 IIS 的约束外的其他约束，若此时模型 M 不可行，则已经得到 IIS，否则重新开始加入约束。

上述 IIS 定位算法最初只适用于 LP，文献[49]将部分过滤算法推广至非线性规划中。文献[42]通过将整数约束纳入到可被删除或添加的约束集合中，将删除过滤算法和添加过滤算法等推广到 MILP 上，并提出了一系列提升过滤算法效率的算法(详见 3.1.4 节)。由于 MILP 的可行性判断是 NP 完全问题，使用过滤算法寻找 MILP 的 IIS 通常涉及大量的子 MILP 可行性判断，因此 MILP 的 IIS 定位通常耗时较长。一般不直接使用基础过滤算法进行较大规模 MILP 的不可行分析。

3.1.3 混合过滤算法

单纯形换元法则仅适用于 LP 问题，当机组组合的根节点松弛 LP 问题可行时而整体问题不可行时，只能使用针对 MILP 的过滤算法进行分析。但大部分过滤算法需要多次判断问题的可行性以得到 IIS，其计算量较大。为实现更好更快的 IIS 定位效果，通常将多个过滤算法或与其他算法进行结合^[48,50]，这类算法统称为混合过滤算法。

混合过滤算法的基本思路是通过某种算法得到一个 MIS，随后在 MIS 上继续应用过滤算法得

到 IIS。灵敏度过滤算法与删除过滤算法或添加过滤算法的结合、添加/删除过滤算法是常用的混合过滤算法^[50]。

文献[51]提出了一种基于目标规划寻找 IIS 的方法。文献[52]基于约束规划中边界传播的思想，提出一种通过删除预处理算法快速获取 MIS 并使用删除过滤算法作用于 MIS 进一步获得 IIS 的方法。文献[53]将二分搜索的思想与删除过滤算法结合，提出二分过滤算法，通过对约束集合进行多次二分快速过滤对不可行性有贡献的约束。现有的混合过滤算法多基于通用的预处理方法和基础过滤算法，其效率相较于基础过滤算法有一定提升，这揭示了提前定位 MIS 对于最终 IIS 定位效率提升的有效性。但由于这些方法对于实际问题特征的利用率低，直接应用其处理复杂的 MILP 问题存在较大局限性。

3.1.4 针对 MILP 的特殊算法

文献[42]提出了一系列用于 MILP 的 IIS 定位算法与加速方法，包括调整约束添加/删除顺序，动态重排序添加过滤算法，组合添加/删除约束，设置安全边界，使用原始分支定界树信息等。这些方法以删除过滤算法和添加过滤算法为基础，针对 MILP 问题的特殊性做出了改进，显著提高了不可行分析效率。IIS 定位算法概况如表 3 所示。

表 3 IIS 定位算法概况				
Table 3 Overview of the IIS locating algorithms				
过滤算法	适用性	机组组合适用性	特点	相关文献
单纯形换元法	LP	机组组合根节点或分支定界树	计算效率高，可以一次定位到多个 IIS	[45,47]
灵敏度过滤算法	LP	其他节点松弛 LP 分析	只能定位到 MIS，计算效率高	[48]
删除过滤算法	LP/MILP	机组组合根节点或分支定界树其他节点松弛 LP 分析/机组组合整体分析	原理简单，计算效率较低	[48]
弹性过滤算法	LP/MILP		原理简单，需要多次求解松弛模型，计算效率较低	[48]
添加过滤算法	LP/MILP		效率一般高于删除过滤算法，但是计算成本依然较高	[48]
混合过滤算法	LP/MILP		形式多样，计算效率较高	[14,48-49,52]

文献[42]将混合整数规划的约束分为线性约束、变量边界约束、整数约束 3 类，考虑到整数约束是导致不可行性判断效率下降的主要原因，变量边界约束的存在会提升不可行判断效率，因此将算法处理约束的优先级从高到低设置为整数约束、线性约束和变量边界约束。以删除过滤算法为例，在删除约束时，依次删除整数约束、线性约束和变量边界约束，从而加快子问题的可行性判断速度。

在过滤算法计算过程中变量边界约束的缺失会导致搜索域扩大，使得模型不可行判断效率降

低。安全边界是在不可行分析阶段加入的新变量边界，其主要作用是限制模型的可行域大小，提高可行性判断效率。安全边界通过人工检查或不等式放缩等方式确定。

对于机组组合问题，由于其决策变量与约束类型相对固定且有明确的物理意义，可以考虑基于此对约束进行处理优先级排序并添加安全边界，以提高不可行分析效率。这些针对 MILP 问题的特殊性做出的改进带来的效率提升也表明，对于复杂领域问题的不可行分析，基于问题特殊性对方法进行调改进是很有必要的。

3.1.5 过滤算法的实际应用

目前主流的商业求解器在 IIS 计算上大多使用过滤算法。文献[54-55]讨论了在供应链优化、道路设计等领域的特化不可行分析算法。文献[14]讨论了如何更好地使用过滤算法定位有效的 IIS，并对比了 LP 上的一系列 IIS 定位方法。过滤算法只能保证尽可能快地找到一个 IIS，而无法保证找到全部或最小的 IIS。实际的不可行子系统中通常存在多个有重叠约束的 IIS，单个 IIS 提供的信息并不足以完成对原模型的修复，需要对每个 IIS 中的至少一个约束进行松弛才能恢复原模型的可行性^[44]。此外，IIS 所包含的约束越少，其冲突原因越直观，对修复原始模型提供的帮助越大^[14,41,44]。然而，最小 IIS 的计算是 NP 难的^[41]。文献[56]基于弹性过滤算法和一些观察到的基本事实，提出了一种适用于 LP 的多项式时间复杂度的最小 IIS 启发式定位算法。但在 MILP 上，目前还没有有效的最小 IIS 启发式定位算法。

即使是对于定位机组组合中非最小的 IIS，其计算开销也是巨大的^[41]，这可能需要计算多个规模略小的机组组合问题。在最坏的情况下，计算甚至可能无法收敛^[42]。对于大规模的机组组合问题，对其直接进行 IIS 分析所需的计算成本有时甚至会超过计算原始的机组组合问题。结合前文对不同 IIS 定位方法的演变分析，针对机组组合问题的特殊性开发有针对性的 MIS 或 IIS 定位算法是提高机组组合 IIS 定位效率的关键。

3.2 最小 IIS 覆盖和最大可行子系统

对 IIS 的定位尝试将模型的不可行性归因到某个更小的子系统中。但是，一个模型中通常有多个 IIS，对单个 IIS 的修复无法使模型恢复可行。由 IIS 的定义可知，至少需要移除或松弛每个 IIS 中的一个约束以恢复模型的可行性。然而，IIS 之间通常存在重叠的约束，利用这一性质可以尽可能减少恢复模型可行性所需要调整的约束数量。对于一个不可行模型，其 IIS 覆盖是指一个包括此模型任一 IIS 的至少一条约束，且不包括非 IIS 约束的约束集合。最小 IIS 覆盖是指所有 IIS 覆盖中约束数量最少的约束集合^[15,45]。

与最小 IIS 覆盖对应的是最大可行子系统。从原始模型中移除其最小 IIS 覆盖中的约束得到的可行模型即为最大可行子系统，这是移除最小数量的约束能得到的最大的可行子系统^[44,57]（证明见附录 A 定理 4）。对于 LP，最大可行子系统的获取是 NP 难的，可以通过求解混合整数规划获得^[15]。

即使对于 LP 问题，最小 IIS 覆盖和最大可行系统的定位依然是 NP 难的。国内外学者关于最小 IIS 覆盖和最大可行系统的研究主要集中在 LP，针对 MILP 的研究尚没有太多的进展。关于 LP 中的主要研究进展，在文献[15]中有详细的描述，此处不再赘述。

3.3 引入松弛变量

另一种不可行分析思路是为部分约束加入松弛变量，并在目标函数里为松弛变量赋予罚因子。这是实际工程常用的方法。通过引入松弛变量和罚因子，可以使得原来不可行的模型在数学上可行^[58]。在原模型可行，约束可以得到满足时，松弛变量取值为 0，不影响原模型的求解；在模型不可行时，松弛变量取大于 0 的值，松弛对应的约束。以广东电力现货市场为例，日前市场出清的机组组合模型中会在线路安全约束与断面安全约束中引入松弛变量^[4]；而在南方区域电力现货市场中，日前市场出清的机组组合模型中除了有线路松弛变量和断面松弛变量，还加入了水电站的水位控制松弛变量，联络线通道的潮流松弛变量。松弛变量均为大于 0 的变量，以正负对的形式加入约束和目标函数，可以实现正反向的松弛。可以看到，这些松弛变量都加入在一些紧凑、容易违反的约束上，从而提升系统的鲁棒性，尽可能避免求解器得不到可行解，影响后续市场运行的情况。对于无法满足的安全约束，需要采取安全校正方法调整机组出力等保证电网安全运行^[59-60]。安全校正方法包括灵敏度法^[61-62]、优化法^[63-66]和数据驱动方法^[67-68]等。然而，这些方法只有当原始机组组合模型存在可行解时才有调整效果。当原始模型本身不可行时，难以通过调整机组出力或联络线出力来获取可行解。

松弛变量的引入可以定位关键不可行约束，也能直接根据松弛变量的取值得到一套不可行模型修复方案。但该方法也存在一定的缺陷，一方面，如果舍弃该近似解，对模型边界条件进行调整后再次求解，多次求解的时间成本将难以接受，一次人工修复也不能保证使模型可行，可能需要进行多次迭代；另一方面，直接将引入松弛变量后的不可行模型的近似解用于后续出清流程可能影响市场主体利益、影响市场公平性，也可能影响电力系统安全运行。此外，松弛变量起作用时，模型求解时间会有一定增长^[58]。

本节所述的引入松弛变量求解的方法与 1.1 节中提及的拉格朗日松弛法均涉及约束松弛。二者的主要差异在于约束松弛的具体方法和约束松弛的

目标。本节所述方法直接引入松弛变量实现约束松弛,以定位导致模型不可行的关键约束。其本质上是一种不可行分析方法。拉格朗日松弛法则通过引入拉格朗日乘子将约束松弛到目标函数,降低模型的复杂度,以快速获取原始模型的下界。其本质上是一种求解算法。

与 IIS 定位算法相比,引入松弛变量这一方法需要求解完整的机组组合问题以分析不可行,因此是一种求解后的不可行分析方法。大部分 IIS 定位算法避免了对机组组合的直接求解,可以直接定位不可行原因,因此是一种求解前的不可行分析方法。考虑到机组组合问题求解的复杂度,应当尽量避免直接对其进行求解,使用求解前不可行分析方法。然而,现有的通用 IIS 定位算法分析不可行机组组合通常耗时较长,难以有效地实现不可行分析(详见附录 C 中的算例测试)。如何在现有通用分析方法的基础上,结合实际工程中机组组合模型不可行的物理因素和机组组合问题的结构特点,更有效地定位不可行机组组合中的关键不可行约束集合,仍需开展更深入的研究工作。

4 机组组合模型不可行分析展望

4.1 结合机组组合物理数学特性的模型不可行分析

现阶段,通用的 MILP 可行分析方法仍存在效率、精度不高等不足,难以满足电网日益提升的调度运行精细化要求与电力市场准确反映电力资源价值的需要。如何在现有通用分析方法的基础上,结合实际工程中机组组合模型的物理特性和数学结构特点,更高效准确地定位不可行机组组合中的关键不可行约束集合,仍需开展更深入的研究工作。

机组组合时段耦合、机组出力耦合等物理特性使得其模型约束耦合复杂。实际不可行的机组组合模型通常含有大量的 IIS,直接应用基于 IIS 的通用不可行分析方法需要进行多次 IIS 分析与松弛才能得到可行的机组组合模型;而引入松弛变量,则需要多次求解大规模的 MILP 模型。这两种通用方法都需消耗大量的计算资源。

机组组合问题中大量的 0-1 变量以及复杂耦合的约束引起的组合爆炸是导致通用不可行分析方法效率低下的主要原因。因此,针对机组组合问题的不可行分析方法多基于物理特性或数学结构对二者进行削减以提升分析效率。其主要包括约束削减类方法和变量简化类方法等。这两类方法均利用

机组组合问题的特殊性提前获取 MIS 以加速不可行分析。

约束削减类方法通过分析一系列去除部分种类有特殊物理意义或数学结构的约束的简化模型的可行性来定位导致原始模型不可行的关键约束集合^[9],这一方法本质上是利用专家经验提前获取 MIS。结合前述对通用不可行分析方法的综述可以看出,剔除不影响可行性的约束,提前定位到一个 MIS 是提升不可行分析效率的一个重要思路。

变量简化类方法基于物理特性或数学结构对整数变量进行固定或松弛以提高不可行分析的效率。前文所述的利用分支定界信息进行不可行分析本质上是利用分支定界树的信息对整数变量进行固定以获取 MIS^[42]。前述两种方法可以结合起来实现更高效精确的 MIS 或 IIS 定位。但现阶段的约束削减类方法或变量简化类方法的效率和精度及其对于机组组合物理特性和数学结构的使用仍有较大提升空间。

在机组组合模型预处理的相关研究中,已经有基于机组组合问题的物理特性和结构特点实现冗余约束或整数变量削减的相关研究成果,例如基于发电机功率转移的不起作用约束识别方法^[8]与基于优化的冗余安全约束识别方法^[8,69]。这些研究成果可以被借鉴来进行约束削减或变量简化以加速机组组合不可行分析。以约束削减方法为例,可以构造某些极端场景并观察约束的越界情况,若部分约束在所有极端场景下均不越界,则认为该约束不导致模型的不可行。然而,一般的提取机组组合物理特性或数学结构信息的算法针对的是可行域非空的可行机组组合,不可行分析算法针对的是可行域为空集的不可行模型,直接的算法套用可能出现算法失效或算法效率降低等问题。通过对不可行机组组合中 IIS 的分析,可以从机理层面明晰约束或变量导致不可行的关键原因,并基于此探索一种更好利用机组组合物理特性与数学结构信息以提高不可行分析效率的方法。

4.2 机组组合模型不可行修复研究

在日前市场出清出现不可行机组组合并定位机组组合的关键不可行约束后,需要对机组组合的边界条件进行调整,从而使得机组组合有合理的最优解。所使用的调整方法必须统筹考虑工程实际,市场经济性与电力系统安全性,结合具体使用的不可行分析方法,实现高效最优修复。

实际电力市场中导致机组组合模型不可行的原因多样,对模型可行性的修复需要考虑实际的物

理因素,涉及约束的安全性和经济性等。若关键不可行约束中存在明显异常的数据,则需要检查遥信遥测数据、市场参与者的申报信息以及机组组合建模是否存在错误;否则,则需要考虑牺牲部分经济性以保证市场的顺利出清。通常而言,可调整的市场边界条件包括必开/必停机组、机组检修计划、机组最小关机时间等经济性边界条件。对不可行机组组合分析得到的不可行关键约束中通常也会包含电力系统物理固有限制约束。但在电力系统规划合理的假设下,不会出现完全由物理固有限制约束导致的机组组合模型不可行,即不会存在一个完全由物理限制约束组成的 IIS。

现阶段国内外学者对此的研究比较局限。所提的实现模型修复的主要方法,包括两阶段法、启发式方法等仍然缺少合理的修复标准,且依赖于松弛变量的引入。两阶段法在第一阶段引入约束或常量的松弛变量以修复模型的可行性,并在第二阶段基于一阶段得到的松弛变量的值修复原始机组组合模型^[9]。这一方法类似于求解有原始目标函数与最小化约束偏差两个目标函数的 MILP 问题。启发式方法可以基于求解松弛机组组合所得近似解,调整启停变量,减少被违反的约束数量^[70]。但这类方法需要使用全局的松弛变量值,耗时长,且其调整效果难以保证。

对于某个不可行机组组合问题,通常有多种可行的修复方案。不同的修复方案会引起总社会福利不同的变化。目前在实际工程中,市场组织者通常只能根据历史运行数据或专家经验对边界条件进行调整修复,这会导致前文所述的影响市场主体利益、影响市场公平性等一系列问题^[13]。因此,亟需建立一套合理的修复标准,考虑社会福利最大化,电网安全等多目标对不可行机组组合模型进行修复。

在原始模型所有约束和变量上下界添加松弛变量,并精确限定松弛变量取值范围和成本系数后进行求解可以得到理论上兼顾经济性和安全性的最优修复方案。但在实际应用中,松弛变量的成本系数难以确定。松弛变量的取值范围设定过小可能导致模型依然无解,设置过大可能导致需要进行迭代求解。对整体模型加入松弛变量求解的计算复杂度也较高。如何结合具体使用的不可行分析方法,避免全局松弛变量的引入,实现对前述的最优修复的近似是待研究的重点之一。例如,如果采用基于 IIS 定位的不可行分析方法,则需要考虑 IIS 定位算法的定位倾向(例如不同的约束删除顺序会导致删

除过滤算法定位到不同的 IIS)和得到 IIS 后的局部松弛修复方法以使最终的修复效果逼近前述的理论最优修复方案。

4.3 基于数据驱动方法的机组组合模型不可行分析

现有的不可行分析方法主要以传统的运筹学分析方法为基础,依赖于特定算法的设计,在效率和适应性上都存在一定局限性。基于数据驱动方法,结合现有机组组合模型不可行分析思路开展不可行分析能有效利用历史数据和专家调整经验,是突破上述局限性,提高不可行分析效率的有效方法。

近年来,随着大数据技术的推广、算法的改进与算力的提升,基于数据驱动的机器学习领域出现了如 Transformer^[71]、GPT (generative pre-trained transformer)^[72]等许多引人注目的成果,国内外学者关于数据驱动方法与机组组合求解的结合也有了初步的探索,集中在利用机器学习、深度学习、强化学习等数据驱动方法辨识冗余约束、预测整数变量值、预测分支变量等^[73-81]。文献[17,25]利用训练的图神经网络辨识机组组合中的冗余约束并提前固定部分整数变量,加速机组组合的求解。现有研究通过改进模型架构^[25,82-83]、优化数据驱动方法与求解器的衔接模式^[84]、数据增强^[17]等推动了数据驱动方法在电气工程领域的应用。

但在现有的利用数据驱动方法求解机组组合的研究中,少有关机组组合本身可行性的研究。大部分研究在获取训练数据(通常是表征机组组合模型的二分图及其最优解)时会舍弃不可行的机组组合模型^[83]。在数据驱动模型和训练算法的设计上也没有考虑机组组合模型不可行的情况。仅有部分文献对数据驱动方法给出的不可行机组组合解的修复开展了研究,提出了对应的启发式修复算法^[17,82],这实际上是认为模型是可行的,而对不可行解进行分析修复。

数据驱动方法也可以被应用于机组组合的不可行分析中。电力系统的运行调度会产生大量数据,日前市场出清不可行时的人工调优本身也是一种基于领域知识和历史专家经验的模型可行性恢复。基于数据驱动方法开发的专家系统能够更全面地利用历史数据与模型结构信息,将历史人工调整经验转化为可直接使用的数学模型,给出更合理、准确的模型可行性分析结果。文献[85]所开发的 OptiChat 基于 OpenAI 开发的大语言模型 GPT-4^[86]与求解器交互,实现人机交互的不可行分析系统分

析。OptiChat 以 Pyomo^[87]或 Python 建模的优化模型为输入, GPT-4 为智能决策体接收建模输入, 调用求解器的 IIS 不可行分析和约束松弛等功能, 为用户提供不可行分析与修复的建议。这一工作为人工智能在不可行分析领域的应用与拓展做了有益的尝试, 但其对通用大语言模型与传统的运筹学不可行分析方法的结合程度有待提高。

从基于 IIS 定位的不可行分析的角度来看, 模型的可行性分析在机器学习中是一个分类问题, 即对不可行关键约束进行辨识。这与冗余约束的辨识相类似。通过构建逻辑回归、支持向量机或图神经网络等模型, 基于历史数据对模型进行训练, 可以实现对约束的分类, 定位关键不可行约束集合。然而, 考虑到数据驱动方法的精度问题, 直接应用上述模型进行端到端的不可行分析的效果可能不理想。对此, 可以参照混合过滤算法的思路, 先利用数据驱动方法定位 MIS, 在此基础上使用过滤算法开展进一步分析。如何改进数据驱动模型架构, 优化数据驱动方法与基础过滤算法的结合方式, 提高基于数据驱动方法的 MIS 定位精度, 以提高最终的不可行分析效率, 有待进一步研究。此外, 基于数据驱动的方法往往需要考虑训练数据来源, 模型泛化性等多方面的问题^[88]。探究数据驱动方法与不同不可行分析思路深度结合的方法, 并将其应用到机组组合模型不可行分析问题上的有关研究仍有待进一步开展。

5 结论

机组组合作为电力领域的重要组合优化问题, 在电力系统调度、电力市场出清等方面有着不可或缺的作用。机组组合的求解不可行越来越成为影响电力系统安全运行与电力市场公平运营的主要问题之一。本文总结了机组组合在拉格朗日松弛法与混合整数规划法求解框架下不可行分析的研究现状, 回顾了传统运筹学中域传播、IIS 等通用不可行分析工具的原理与特性。在此基础上, 本文展望了未来机组组合模型不可行分析有待进一步研究的内容, 主要包括: 1) 结合机组组合物理数学特性的模型不可行分析; 2) 机组组合模型不可行修复研究; 3) 基于数据驱动方法的机组组合模型不可行分析。随着电力行业的发展, 对机组组合模型不可行分析和修复的有关方法的需求将更加迫切。希望本文的研究为我国新型电力系统建设及电力市场运营工作提供有益参考。

附录见本刊网络版(<http://www.dwjs.com.cn/CN/1000-3673/current.shtml>)。

参考文献

- [1] CHEN Yonghong, PAN Feng, QIU Feng, et al. Security-constrained unit commitment for electricity market: modeling, solution methods, and future challenges[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2023, 38(5): 4668-4681.
- [2] 夏清, 钟海旺, 康重庆. 安全约束机组组合理论与应用的发展和展望[J]. 中国电机工程学报, 2013, 33(16): 94-103.
XIA Qing, ZHONG Haiwang, KANG Chongqing. Review and prospects of the security constrained unit commitment theory and applications[J]. Proceedings of the CSEE, 2013, 33(16): 94-103(in Chinese).
- [3] 邹鹏, 陈启鑫, 夏清, 等. 国外电力现货市场建设的逻辑分析及对中国的启示与建议[J]. 电力系统自动化, 2014, 38(13): 18-27.
ZOU Peng, CHEN Qixin, XIA Qing, et al. Logical analysis of electricity spot market design in foreign countries and enlightenment and policy suggestions for China[J]. Automation of Electric Power Systems, 2014, 38(13): 18-27(in Chinese).
- [4] 国家能源局南方监管局. 广东电力市场现货电量交易实施细则(2022 年试行版)[EB/OL]. [2024-04-16]. https://nfy.nea.gov.cn/file_upload/20220107/54731641528690168_c76e8223-638a-4112-a797-16171699396d.pdf.
- [5] 宋懿洋, 赵德洁, 王剑晓, 等. 基于可行域投影的多区域电力市场交易模型与算法研究[J]. 电网技术, 2024, 48(1): 91-99.
SONG Yiyang, ZHAO Dejie, WANG Jianxiao, et al. Multi-regional electricity market trading model and algorithm based on feasible region projection[J]. Power System Technology, 2024, 48(1): 91-99(in Chinese).
- [6] 黎博, 陈民铀, 钟海旺, 等. 高比例可再生能源新型电力系统长期规划综述[J]. 中国电机工程学报, 2023, 43(2): 555-581.
LI Bo, CHEN Minyou, ZHONG Haiwang, et al. A review of long-term planning of new power systems with large share of renewable energy[J]. Proceedings of the CSEE, 2023, 43(2): 555-580 (in Chinese).
- [7] LI Bo, QIN Chunjie, YU Ruotao, et al. Fast solution method for the large-scale unit commitment problem with long-term storage[J]. Chinese Journal of Electrical Engineering, 2023, 9(3): 39-49.
- [8] MA Ziming, ZHONG Haiwang, CHENG Tong, et al. Redundant and nonbinding transmission constraints identification method combining physical and economic insights of unit commitment[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2021, 36(4): 3487-3495.
- [9] SAHRAOUI Y, BENDOTTI P, D'AMBROSIO C. Real-world hydro-power unit-commitment: dealing with numerical errors and feasibility issues[J]. Energy, 2019, 184: 91-104.
- [10] 颜心斐, 钟海旺, 朱灏翔, 等. 基于系统约束诱导割平面的机组组合加速求解算法[J]. 电网技术, 2025, 49(3): 1155-1165.
YAN Xinfei, ZHONG Haiwang, ZHU Haoxiang, et al. Inducing cutting planes for system constraints to accelerate network-constrained unit commitment[J]. Power System Technology, 2025, 49(3): 1155-1165(in Chinese).
- [11] Day-Ahead and Real-Time Market Operations. PJM manual 11: energy & ancillary services market operations revision: 121[S]. PJM, 2022.
- [12] 山西电力交易中心. 山西省电力市场规则汇编(试运行 V12.0)[S/OL]. [2024-05-16]. <https://pmos.sx.sgcc.com.cn/px-settlement-infpubmeex/fileService/preview?fileId=nfad9d33d5b2244c0b9455fdd95bdcd9a>.
- [13] SIOHANSI R, O' NEILL R, OREN S S. Economic consequences

- of alternative solution methods for centralized unit commitment in day-ahead electricity markets[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2008, 23(2): 344-352.
- [14] CHINNECK J W. Finding a useful subset of constraints for analysis in an infeasible linear program[J]. *INFORMS Journal on Computing*, 1997, 9(2): 164-174.
- [15] CHINNECK J W. Feasibility and infeasibility in optimization: algorithms and computational methods[M]. New York, NY: Springer, 2008.
- [16] HOLZER J T, CHEN Yonghong, WU Zhongyu, et al. Fast simultaneous feasibility test for security constrained unit commitment [J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2024, 39(1): 1068-1078.
- [17] WEI Lishen, AI Xiaomeng, FANG Jiakun, et al. Data-augmentation acceleration framework by graph neural network for near-optimal unit commitment[J]. *Applied Energy*, 2025, 377: 124332.
- [18] YU Zekuan, ZHONG Haiwang, RUAN Guangchun, et al. Network-constrained unit commitment with flexible temporal resolution[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2025, 40(1): 73-84.
- [19] SENJYU T, SHIMABUKURO K, UEZATO K, et al. A fast technique for unit commitment problem by extended priority list[C]// *Proceedings of the IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exhibition*. Yokohama, Japan: IEEE, 2002: 244-249.
- [20] 白晓民, 于尔铿. 用动态规划法进行电力系统机组组合最优优化[J]. *电机工程学报*, 1984, 4(1): 11-19.
BAI Xiaomin, YU Erkeng. Optimization for unit commitment of electric power system by dynamic programming[J]. *Journal of Electrical Engineering*, 1984, 4(1): 11-19(in Chinese).
- [21] GUAN Xiaohong, ZHAI Qiaozhu, PAPALEXOPOULOS A. Optimization based methods for unit commitment: Lagrangian relaxation versus general mixed integer programming[C]// *Proceedings of 2003 IEEE Power Engineering Society General Meeting (IEEE Cat. No.03CH37491)*. Toronto, ON, Canada: IEEE, 2003: 1095-1100.
- [22] SHAW J J. A direct method for security-constrained unit commitment [J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 1995, 10(3): 1329-1342.
- [23] FU Yong, SHAHIDEHPOUR M. Fast SCUC for large-scale power systems[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2007, 22(4): 2144-2151.
- [24] CVIJIC S, XIONG Jinjun. Security constrained unit commitment and economic dispatch through benders decomposition: a comparative study[C]// *Proceedings of 2011 IEEE Power and Energy Society General Meeting*. Detroit: IEEE, 2011: 1-8.
- [25] RAMESH A V, LI Xingpeng. Spatio-temporal deep learning-assisted reduced security-constrained unit commitment[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2024, 39(2): 4735-4746.
- [26] LI Tao, SHAHIDEHPOUR M. Price-based unit commitment: a case of Lagrangian relaxation versus mixed integer programming[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2005, 20(4): 2015-2025.
- [27] SUN D, MA Xingwang, CHEUNG K. The application of optimization technology for electricity market operation[C]// *Proceedings of 2005 IEEE/PES Transmission & Distribution Conference & Exposition: Asia and Pacific*. Dalian, China: IEEE, 2005: 1-6.
- [28] GUAN Xiaohong, GUO Sangang, ZHAI Qiaozhu. The conditions for obtaining feasible solutions to security-constrained unit commitment problems[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2005, 20(4): 1746-1756.
- [29] 郭三刚, 张琳, 翟桥柱, 等. 具有安全约束的发电机组组合可行的充分必要条件[J]. *热力发电*, 2011, 40(3): 39-45, 61.
GUO Sangang, ZHANG Lin, ZHAI Qiaozhu, et al. A necessary and sufficient condition for determining the feasibility of generating units combination with security constraint[J]. *Thermal Power Generation*, 2011, 40(3): 39-45, 61(in Chinese).
- [30] ZHAI Qiaozhu, WU Hongyu, GUAN Xiaohong. Analytical conditions for determining feasible commitment states of SCUC problems[C]// *Proceedings of the IEEE PES General Meeting*. Minneapolis, MN: IEEE, 2010: 1-8.
- [31] ZHAI Qiaozhu, GUAN Xiaohong, CUI Jian. Unit commitment with identical units successive subproblem solving method based on Lagrangian relaxation[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2002, 17(4): 1250-1257.
- [32] WU Hongyu, GUAN Xiaohong, ZHAI Qiaozhu, et al. A systematic method for constructing feasible solution to SCUC problem with analytical feasibility conditions[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2012, 27(1): 526-534.
- [33] LI Zhigang, WU Wenchuan, ZHANG Boming, et al. Efficient location of unsatisfiable transmission constraints in look-ahead dispatch via an enhanced Lagrangian relaxation framework[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2015, 30(3): 1233-1242.
- [34] Gurobi Optimization, LLC. Gurobi optimizer reference manual [EB/OL]. 2023[2024-06-16]. <https://www.gurobi.com>.
- [35] CPLEX I I. V12.1: user's manual for CPLEX [EB/OL]. International Business Machines Corporation, 2009[2024-07-16]. <https://www.ibm.com/docs/zh/icos/12.10.0>.
- [36] GE D, HUANGFU Q, WANG Z, et al. Cardinal optimizer (COPT) user guide[EB/OL]. 2023[2024-08-16]. <https://guide.coap.online/copt/en-doc>.
- [37] 阿里达摩院. MindOpt 产品介绍[EB/OL]. [2024-08-16]. <https://opt.aliyun.com/doc/latest/cn/html/fast-intro.html>.
- [38] CHAKRAVARTI N. Some results concerning post-infeasibility analysis[J]. *European Journal of Operational Research*, 1994, 73(1): 139-143.
- [39] ACHTERBERG T, BIXBY R E, GU Zonghao, et al. Presolve reductions in mixed integer programming[J]. *INFORMS Journal on Computing*, 2020, 32(2): 473-506.
- [40] SAVELSBERGH M W P. Preprocessing and probing techniques for mixed integer programming problems[J]. *ORSA Journal on Computing*, 1994, 6(4): 445-454.
- [41] ACHTERBERG T. Conflict analysis in mixed integer programming [J]. *Discrete Optimization*, 2007, 4(1): 4-20.
- [42] GUIEU O, CHINNECK J W. Analyzing infeasible mixed-integer and integer linear programs[J]. *INFORMS Journal on Computing*, 1999, 11(1): 63-77.
- [43] KOCH T, ACHTERBERG T, ANDERSEN E, et al. MIPLIB 2010: mixed integer programming library version 5[J]. *Mathematical Programming Computation*, 2011, 3(2): 103-163.
- [44] AMALDI E, PFETSCH M E, TROTTER, JR L E. On the maximum feasible subsystem problem, IISs and IIS-hypergraphs[J]. *Mathematical Programming*, 2003, 95(3): 533-554.
- [45] PARKER M, RYAN J. Finding the minimum weight IIS cover of an infeasible system of linear inequalities[J]. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, 1996, 17(1): 107-126.
- [46] CHINNECK J W. Computer codes for the analysis of infeasible linear programs[J]. *Journal of the Operational Research Society*, 1996, 47(1): 61-72.
- [47] GLEESON J, RYAN J. Identifying minimally infeasible subsystems of inequalities[J]. *ORSA Journal on Computing*, 1990, 2(1): 61-63.
- [48] CHINNECK J W, DRAVNIKS E W. Locating minimal infeasible constraint sets in linear programs[J]. *ORSA Journal on Computing*, 1991, 3(2): 157-168.
- [49] CHINNECK J W. Analyzing infeasible nonlinear programs[J].

- Computational Optimization and Applications, 1995, 4(2): 167-179.
- [50] BORTHOMIEU A. Efficient computation of solution space and conflicts detection for linear systems[Z]. Modeling and Simulation, 2019.
- [51] TAMIZ M, MARDLE S J, JONES D F. Detecting IIS in infeasible linear programmes using techniques from goal programming[J]. Computers & Operations Research, 1996, 23(2): 113-119.
- [52] PURANIK Y, SAHINIDIS N V. Deletion presolve for accelerating infeasibility diagnosis in optimization models[J]. INFORMS Journal on Computing, 2017, 29(4): 754-766.
- [53] ATLIHAN M K, SCHRAGE L. Generalized filtering algorithms for infeasibility analysis[J]. Computers & Operations Research, 2008, 35(5): 1446-1464.
- [54] JATTY S, SINGH N, GROSSMANN I E, et al. Diagnosis of linear programming supply chain optimization models: detecting infeasibilities and minimizing changes for new parameter values[J]. Computers & Chemical Engineering, 2023, 171: 108139.
- [55] MONNET D, HARE W, LUCET Y. Fast feasibility check of the multi-material vertical alignment problem in road design[J]. Computational Optimization and Applications, 2020, 75(2): 515-536.
- [56] GUAN Yongpei, PAN Kai, ZHOU Kezhao. Polynomial time algorithms and extended formulations for unit commitment problems [J]. IIE Transactions, 2018, 50(8): 735-751.
- [57] AMALDI E. From finding maximum feasible subsystems of linear systems to feedforward neural network design[D]. Lausanne: École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1994.
- [58] 杨争林, 唐国庆, 李利利. 松弛约束发电计划优化模型和算法[J]. 电力系统自动化, 2010, 34(14): 53-57.
- YANG Zhenglin, TANG Guoqing, LI Lili. Application of relaxed constraints model on generation schedule optimization[J]. Automation of Electric Power Systems, 2010, 34(14): 53-57(in Chinese).
- [59] 邓韦斯, 吴云亮, 孙宇军, 等. 面向现货市场出清的发电计划校正决策方法[J]. 电力系统自动化, 2021, 45(2): 164-172.
- DENG Weisi, WU Yunliang, SUN Yujun, et al. Decision-making method of generation scheduling correction for electricity spot market clearing[J]. Automation of Electric Power Systems, 2021, 45(2): 164-172(in Chinese).
- [60] 彭寒梅, 胡磊, 谭貌, 等. 基于深度强化学习的电-气区域综合能源系统安全校正控制决策方法[J]. 电网技术, 2024, 48(3): 1019-1029.
- PENG Hanmei, HU Lei, TAN Mao, et al. Decision-making method for electricity-gas region integrated energy system security correction based on deep reinforcement learning[J]. Power System Technology, 2024, 48(3): 1019-1029(in Chinese).
- [61] 牟颖, 张保会, 薄志谦. 防止输电断面连锁过载的快速控制算法[J]. 电力系统自动化, 2017, 41(3): 39-45.
- MU Ying, ZHANG Baohui, BO Zhiqian. Fast control algorithm for preventing cascading overload on transmission section[J]. Automation of Electric Power Systems, 2017, 41(3): 39-45(in Chinese).
- [62] 郭红林, 刘文颖, 朱丹丹, 等. 基于交叉权重因子的高比例风电接入电网有功校正控制方法[J]. 可再生能源, 2019, 37(10): 1486-1491.
- GUO Honglin, LIU Wenying, ZHU Dandan, et al. Active power correction control method based on cross-weight for power grid with high proportion of wind power[J]. Renewable Energy Resources, 2019, 37(10): 1486-1491(in Chinese).
- [63] 蔡帜, 张国芳, 王淼, 等. 电力市场环境区域和省级电网协同安全校正及校正[J]. 中国电机工程学报, 2023, 43(10): 3758-3768.
- CAI Zhi, ZHANG Guofang, WANG Miao, et al. Collaborative security check and correction of regional and provincial power grids under the environment of power market[J]. Proceedings of the CSEE, 2023, 43(10): 3758-3767(in Chinese).
- [64] 吴云亮, 李豹, 罗会洪, 等. 面向现货市场出清的条件断面约束模型化处理[J]. 电网技术, 2020, 44(8): 2819-2829.
- WU Yunliang, LI Bao, LUO Huihong, et al. Conditional section constraints modeling in spot market clearing[J]. Power System Technology, 2020, 44(8): 2819-2829(in Chinese).
- [65] 王艳松, 卢志强, 李强, 等. 基于源-荷协同的电网静态安全校正最优控制算法[J]. 电力系统保护与控制, 2019, 47(20): 73-80.
- WANG Yansong, LU Zhiqiang, LI Qiang, et al. Optimal control algorithm for static safety correction of power grid based on source-load coordination[J]. Power System Protection and Control, 2019, 47(20): 73-80(in Chinese).
- [66] 李利利, 汪志成, 王岗, 等. 基于安全约束机组组合的中长期电量安全校核两阶段优化[J]. 电力系统自动化, 2020, 44(13): 166-171.
- LI Lili, WANG Zhicheng, WANG Gang, et al. Two-stage optimization of medium-and long-term electricity security check based on security-constrained unit commitment[J]. Automation of Electric Power Systems, 2020, 44(13): 166-171(in Chinese).
- [67] 孙立钧, 顾雪平, 刘彤, 等. 一种基于深度强化学习算法的电网有功安全校正方法[J]. 电力系统保护与控制, 2022, 50(10): 114-122.
- SUN Lijun, GU Xueping, LIU Tong, et al. A deep reinforcement learning algorithm-based active safety correction method for power grids[J]. Power System Protection and Control, 2022, 50(10): 114-122 (in Chinese).
- [68] 王一迪, 李立新, 於益军, 等. 基于深度强化学习的电力系统安全校正控制[J]. 电力系统自动化, 2023, 47(12): 121-129.
- WANG Yidi, LI Lixin, YU Yijun, et al. Power system security correction control based on deep reinforcement learning[J]. Automation of Electric Power Systems, 2023, 47(12): 121-129(in Chinese).
- [69] ZHAI Qiaozhu, GUAN Xiaohong, CHENG Jinghui, et al. Fast identification of inactive security constraints in SCUC problems[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2010, 25(4): 1946-1954.
- [70] DELARMELINA SECCHIN L, MATIUSSI RAMALHO G, SAGASTIZÁBAL C, et al. Analysis of infeasible unit-commitment solutions arising in energy optimization[R/OL]. Mathematics in Industry Reports, 2022[2024-01-03]. <https://www.cambridge.org/engage/miir/article-details/6111a05018911d3251dd4022>.
- [71] VASWANI A, SHAZEER N, PARMAR N, et al. Attention is all you need[C]//Proceedings of the 31st International Conference on Neural Information Processing System. Long Beach, CA, USA: Curran Associates Inc., 2017.
- [72] RADFORD A, NARASIMHAN K, SALIMANS T, et al. Improving language understanding by generative pre-training[Z]. Semantic Scholar, 2018.
- [73] 高倩, 杨知方, 李文沅. 电力系统混合整数线性规划问题的运筹决策关键技术综述与展望[J]. 电工技术学报, 2024, 39(11): 3291-3307.
- GAO Qian, YANG Zhifang, LI Wenyuan. Prospect on operations research for mixed-integer linear programming problems in power systems[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2024, 39(11): 3291-3307(in Chinese).
- [74] 杨楠, 贾俊杰, 邢超, 等. 基于 E-Seq2Seq 技术的数据驱动型机组组合智能决策方法[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(23): 7587-7599.
- YANG Nan, JIA Junjie, XING Chao, et al. Data-driven intelligent decision-making method for unit commitment based on E-Seq2Seq

- technology[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(23): 7587-7599(in Chinese).
- [75] BENGIO Y, LODI A, PROUVOST A. Machine learning for combinatorial optimization : a methodological tour d'Horizon [EB/OL]. arXiv, 2020[2024-01-05]. <http://arxiv.org/abs/1811.06128>.
- [76] RUAN Guangchun, ZHONG Haiwang, ZHANG Guanglun, et al. Review of learning-assisted power system optimization[J]. CSEE Journal of Power and Energy Systems, 2021, 7(2): 221-231.
- [77] NAIR V, BARTUNOV S, GIMENO F, et al. Solving mixed integer programs using neural networks[EB/OL]. arXiv, 2021 [2023-04-12]. <http://arxiv.org/abs/2012.13349>.
- [78] 陈准, 潘毅, 范士雄, 等. 基于深度强化学习的机组组合优化方法研究[J]. 电力信息与通信技术, 2023, 21(3): 33-40.
CHEN Zhun, PAN Yi, FAN Shixiong, et al. Research on unit commitment optimization method based on deep reinforcement learning[J]. Electric Power Information and Communication Technology, 2023, 21(3): 33-4 (in Chinese).
- [79] 武新章, 赵子巍, 代伟, 等. 基于改进的 Transformer 神经网络辅助的两阶段机组组合决策方法[J]. 电力自动化设备, 2023, 43(3): 172-179.
WU Xinzhang, ZHAO Ziwei, DAI Wei, et al. Two-stage unit commitment decision-making method based on auxiliary of improved Transformer neural network[J]. Electric Power Automation Equipment, 2023, 43(3): 172-179(in Chinese).
- [80] YAN Jiahao, LI Yaping, YAO Jianguo, et al. Look-ahead unit commitment with adaptive horizon based on deep reinforcement learning[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2024, 39(2): 3673-3684, doi: 10.1109/TPWRS.2023.3286094.
- [81] ZHANG Menghan, YANG Zhifang, LIN Wei, et al. Enhancing economics of power systems through fast unit commitment with high time resolution[J]. Applied Energy, 2021, 281: 116051.
- [82] FELIACHI A, IQBAL T, CHOUDHRY M, et al. A multi-layer data-driven security constrained unit commitment approach with feasibility compliance[J]. Energies, 2022, 15(20): 7754.
- [83] RAMESH A V, LI Xingpeng. Feasibility layer aided machine learning approach for day-ahead operations[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2024, 39(1): 1582-1593.
- [84] QIN Jingtao, YU Nanpeng. Solve large-scale unit commitment problems by physics-informed graph learning[EB/OL]. arXiv, 2023[2024-11-01]. <http://arxiv.org/abs/2311.15216>.
- [85] CHEN Hao, CONSTANTE-FLORES G E, LI Can. Diagnosing infeasible optimization problems using large language models [EB/OL]. arXiv, 2023[2024-01-05]. <http://arxiv.org/abs/2308.12923>.
- [86] OpenAI. GPT-4 technical report[EB/OL]. arXiv, 2023 [2024-01-05]. <http://arxiv.org/abs/2303.08774>.
- [87] BYNUM M L, HACKEIL G A, HART W E, et al. Pyomo — optimization modeling in python[M]. 3rd ed. Cham: Springer, 2021.
- [88] 潘美琪, 贺兴, 艾芊, 等. 新型配电系统分布式资源调度研究现状与展望[J]. 电网技术, 2024, 48(3): 933-948.
PAN Meiqi, HE Xing, AI Qian, et al. Research status and prospect of distributed energy resource dispatching in new distribution system [J]. Power System Technology, 2024, 48(3): 933-948(in Chinese).



刘彦宏

在线出版日期: 2025-11-07。

收稿日期: 2025-04-16。

作者简介:

刘彦宏(2003), 男, 博士研究生, 研究方向为机组组合不可行分析, 电力系统优化, E-mail: liuyan hong24@mails.tsinghua.edu.cn;

虞泽宽(2000), 男, 博士研究生, 研究方向为机组组合高效求解, 电力系统优化, E-mail: yzk22@mails.tsinghua.edu.cn;

颜心斐(1994), 男, 博士, 研究方向为电力系统优化运行、混合整数规划加速算法、分布式优化等, E-mail: yanxinfei1994@126.com;

黄河(1976), 男, 硕士, 教授级高级工程师, 主要研究方向为电力系统分析与控制, E-mail: huanghe@csg.cn;

钟海旺(1986), 男, 通信作者, 副教授, 博士生导师, IEEE 高级会员, 研究方向为电力系统优化运行、电力市场, E-mail: zhonghw@tsinghua.edu.cn;

康重庆(1969), 男, 教授, 博士生导师, IEEE 会士, 研究方向为电力系统规划、低碳电力技术、负荷预测及电力经济等, E-mail: cqkang@tsinghua.edu.cn。

(责任编辑 王金芝)

附录 A

定理 1: 依照删除约束的顺序不同, 删除过滤算法能定位到所有 IIS 中第一个被删除的约束排序最靠后的 IIS。

证明: 首先证明删除过滤算法能定位到 IIS。对于不可行约束集合, 假设 C 中存在 n 个 IIS, 记为 $\{I_i | i=1, \dots, n\}$ 。基于所有 IIS 中将最早被删除的约束的顺序, 对所有 IIS 进行排序, 记最后一个 IIS 为 I^* , I^* 中将最早被删除的约束为 c^* 。显然, 在删除 c^* 前, 由于 I^* 的存在, 删除约束后 C 均不可行。由删除过滤算法的算法流程可知 c^* 前的所有约束均会被删除。

在删除 c^* 后, 由于 I^* 前的所有 IIS 至少有一条约束被删除, 故此时 C 中没有 IIS, C 可行, c^* 将被重新添加到 C 中。此后仅有 I^* 中的其他约束被删除后, C 将会变得可行, 故完成删除过滤算法后, $C = I^*$ 。

由上述分析可知, 最后定位的 IIS I^* 是所有 IIS 中的最早被删除的约束排序最靠后的 IIS。

定理 2: 依照添加约束的顺序不同, 添加过滤算法能定位到所有 IIS 中最后被添加的约束排序最靠前的 IIS。

证明: 首先证明添加过滤算法能定位到 IIS。对于不可行约束集合 C , 假设 C 中存在 n 个 IIS, 记为 $\{I_i | i=1, \dots, n\}$ 。基于所有 IIS 中将最后被添加的约束的顺序, 对所有 IIS 进行排序, 记第一个 IIS 为 I^* , I^* 中将最后被添加的约束为 c^* 。设被添加的约束集合为 D 。显然, 在添加 c^* 前, 由于 D 中没有完整的 IIS, D 可行。

在添加 c^* 后, D 中包含完整的 IIS I^* , 此时 D 不可行, D 中除 c^* 外的约束将被清除。此后仅有 I^* 中的其他约束被添加后, D 不可行, 故完成添加过滤算法后, $D = I^*$ 。

由上述分析可知, 最后定位的 IIS I^* 是所有 IIS 中的最后被添加的约束排序最靠前的 IIS。

定理 3: 对于最小 IIS 覆盖中的任一约束 c , 包含约束 c 的所有 IIS 中至少有一个 IIS 只有一条约束 (即约束 c) 在最小 IIS 覆盖中。

证明: 考虑反证法。若对于最小 IIS 覆盖中的某一约束 c , 所有包括该约束的 IIS 都有另一条约束 c' 或更多条约束包括在 IIS 中, 则由约束 c 从此 IIS 覆盖中移除后依然能保证对所有 IIS, 至少有一条约束在 IIS 覆盖中, 这与最小 IIS 覆盖的定义冲突。

定理 4: 从原始不可行模型中移除最小 IIS 覆盖中的约束得到的子系统 S 为移除最小数量的约束能得到的最大可行子系统。

证明: 首先证明按上述操作得的子系统 S 必然是可行的。考虑到每个 IIS 至少有一条约束在 IIS 覆盖中, 由 IIS 的定义可知, 其任何真子集都是可行, 故 S 中没有 IIS, 是可行系统。

接下来证明不存在比上述可行子系统 S 更大的可行子系统。假设存在比上述定义的最大可行子系统更大的可行子系统 S' , 则 S' 必然包括至少一条 C 条最小 IIS 覆盖中的约束 c^* 。考虑在系统中添加该约束 c^* 得到系统 S^* 。由定理 3 可知, 对于约束 c^* 所在的所有 IIS 中, 至少有一个 IIS 只有约束 c^* 在最小 IIS 覆盖中。所以 S^* 中包含 IIS, 该系统不可行, 其可行域为空集。系统 S' 包含于系统 S^* 的可行域, 其可行域也为空集, 此系统不可行。与假设矛盾。

附录 B

1) 删除过滤算法与添加过滤算法的算法流程图。对于 LP 问题, 输入的约束集合 C 包括全部线性约束和变量边界约束。对于 MILP 问题, 输入的约束集合 C 包括全部线性约束、变量边界约束和变量整数约束。

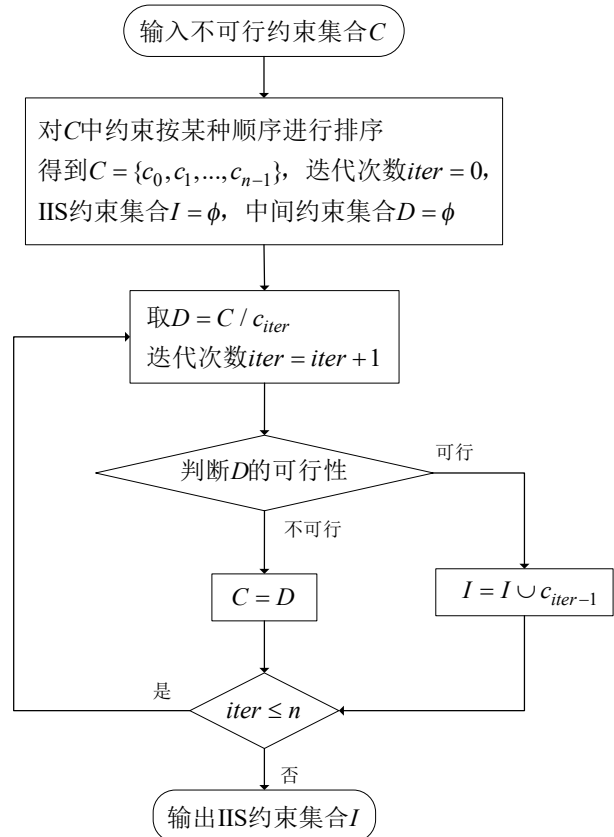


图 B1 删除过滤算法
Fig. B1 Deletion filter

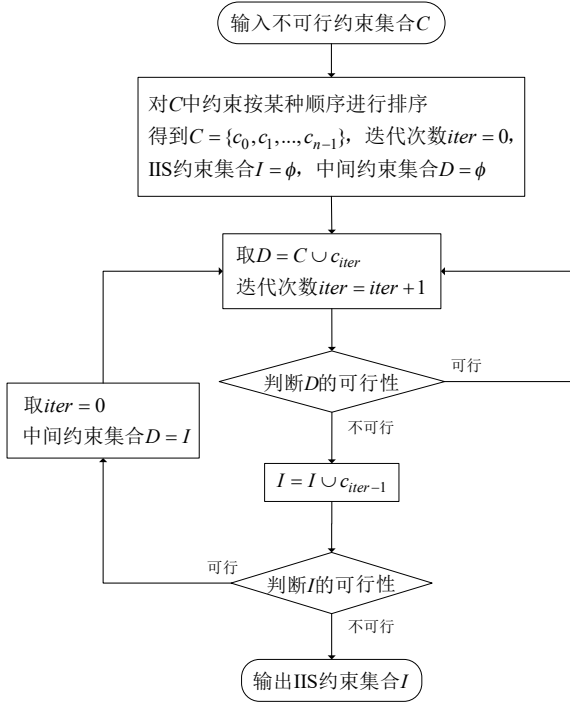


图 B2 添加过滤算法
Fig. B2 Addition filter

2) 域传播的基本原理。域传播通过分析当前问题的约束集合和变量的可行域，推断出额外的有效约束与域削减，限制搜索空间。

通常来说，优化问题建模的变量的界都是弱的，由用户给定的。约束传播通过推断变量的强界，从而减小搜索空间，提高求解效率。具体而言，考虑如下的优化问题：

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ \text{s.t.} \quad & g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m \\ & x_l \leq x \leq x_u \\ & x \in X \end{aligned}$$

通常来说，变量边界约束 $x_l \leq x \leq x_u$ 所指示的界并不是紧的。对于某一变量 x_j ，基于约束

$$\sum_{j=1}^n a_j x_j \leq b, \quad \text{其边界可以做如下的更新。}$$

$$\begin{aligned} x_i &\leq \frac{b - \sum_{j \neq i} \min\{a_j x_j^U, a_j x_j^L\}}{a_i}, \quad a_i > 0 \\ x_i &\geq \frac{b - \sum_{j \neq i} \max\{a_j x_j^U, a_j x_j^L\}}{a_i}, \quad a_i < 0 \end{aligned}$$

在机组组合问题中，可以基于功率平衡约束等约束进行域传播，如图 B3 所示。对这一算法的更详细的介绍可以参考文献[B1]。

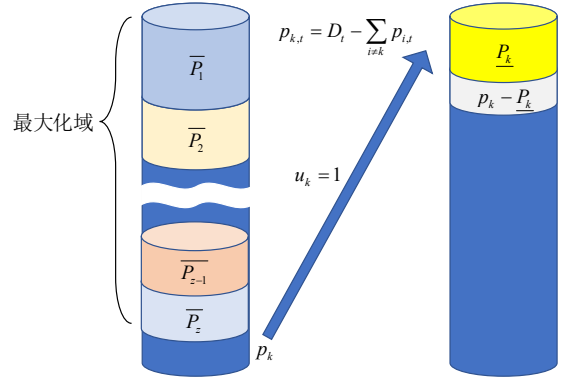


图 B3 域传播
Fig. B3 Domain propagation

参考文献

[B1] Achterberg T, Bixby R E, Gu Z, et al. Presolve Reductions in Mixed Integer Programming[J]. INFORMS Journal on Computing, 2020, 32(2): 473-506. DOI:10.1287/ijoc.2018.0857.

附录 C

为进一步直观展现不可行分析问题的复杂度，对单时段 3 节点 2 机组系统，24 时段的 IEEE118 节点系统和 96 时段的 IEEE118 节点系统三组算例进行测试。通过等比例提高系统整体负荷使机组组合问题不可行。

对于如图 C1 所示的单时段 3 节点 2 机组系统，基于此建模的机组组合问题如图 C2 所示，其包括 2 个连续变量，2 个 0-1 变量，4 条约束。这一问题规模小，与从一般机组组合问题中定位的 IIS 的规模相近。尽管如此，直接通过人工分析调整对其进行修复依然是比较困难的，需要对各约束的物理意义有明确了解并进行较多的训练才能熟练进行。

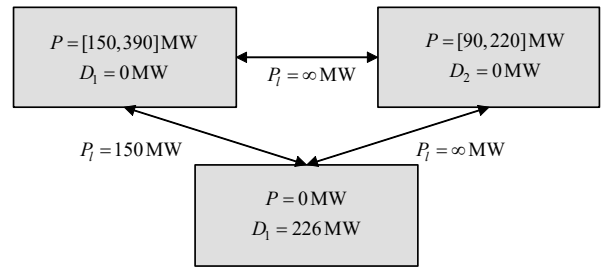


图 C1 三节点两机组系统示意图
Fig. C1 Illustration of the 3-bus system with 2 units

$$\begin{aligned} p_1 + p_2 &= 226 \\ 150u_1 &\leq p_1 \leq 390u_1 \\ 90u_2 &\leq p_2 \leq 220u_2 \\ -150 &\leq \frac{2}{3}p_1 + \frac{1}{3}p_2 \leq 150 \end{aligned}$$

图 C2 三节点两机组系统单时段机组组合模型
Fig. C2 Single-period UC model of the 3-bus system with 2 units

对于 24 时段的 IEEE118 节点系统和 96 时段的 IEEE118 节点系统，其算例信息如表 C1 所示。其

系统规模大，变量和约束数量众多，很难直接通过人工分析定位其不可行原因。

表 C1 算例信息
Table C1 Case information

算例	时段数	变量数	约束数
算例 1	24	7473	23653
算例 2	96	30369	152311

利用 Gurobi 求解器 Python API 下的 computeIIS (基于过滤算法定位 IIS)方法和 feasRelax (引入松弛变量进行求解)方法对两个不可行算例进行分析,对应前文综述的两种不可行分析方法。对比不同方法的分析时间和不增加系统负荷的可行算例的直接求解时间(作为规模接近的可行算例的求解时间的参考)。求解器的 MIP Gap 设置为 0.1%。

可以发现，直接基于前述的两种通用方法对较大规模的不可行机组组合进行分析是低效的。在算例 1 上定位 IIS 所需时间与直接求解机组组合问题的时间相当，引入松弛变量求解的时间远超直接求解原始模型的耗时。在算例 2 上，两种不可行分析方法的耗时均远超直接求解模型所需的时间。

表 C2 算例测试结果
Table C2 Case test result

算例	判断不可行	IIS 定位	松弛求解	直接求解
算例 1	0.1521s	1.28s	14.317s	1.651s
算例 2	0.967s	485.6s	709.27s	115.45s

在 24 时段的 118 节点系统上定位到的第一个 IIS 系统涉及 2 条机组出力上下限约束, 2 条网络安全约束, 2 条 0-1 变量约束, 51 个连续变量, 2 个 0-1 变量。将该 IIS 系统的 0-1 变量和不涉及机组出力上下限约束的连续变量进行松弛。对松弛后的 IIS 系统进行可视化, 如下所示。可以看到, 网络约束和机组出力上下限约束的冲突使得该系统可行域为空。

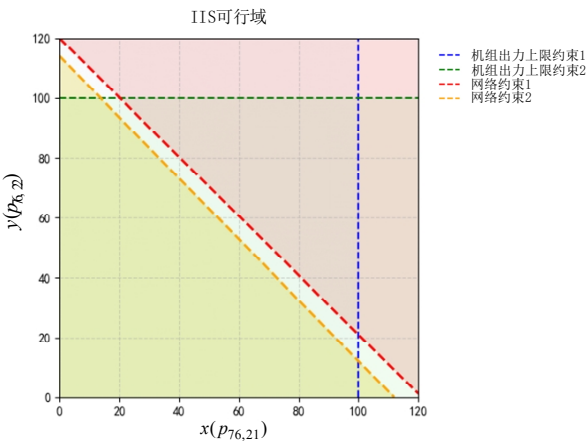


图 C3 118 节点系统松弛 IIS 示意图
Fig. C3 Illustration of the relaxed IIS in 118-bus system